

Fiche 2 : Matplotlib et géométrie

Proposition d'exo 1 : représenter des parties du plan décrites avec des inégalités

Thèmes : Repères orthonormés, calcul de distance, produit scalaire, théorème de la médiane

On se place dans un repère orthonormé. On considère les points $A(1;3)$ et $B(3;5)$. On souhaite trouver l'ensemble des points $M(x;y)$ vérifiant l'inégalité $MA^2 + MB^2 \leq 12$.

Partie A : Simulation en Python

On va essayer de représenter l'ensemble de ces points dans la fenêtre graphique $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 10 \end{cases}$

1. Ecrire une fonction `distance(A,B)` qui prend en paramètre deux points (A et B sont des listes¹ à deux éléments représentant les coordonnées des points).

Commentaire : Bien importer le module `math` pour avoir (`sqrt`).

La fonction suivante convient.

```
def distance(A,B):
    """ A et B sont des listes (ou des tuples) """
    xA,yA = A
    xB,yB = B
    return sqrt((xB-xA)**2 + (yB-yA)**2)
```

La ligne « `xA,yA = A` » est en fait équivalente à `xA = A[0]` et `yA = A[1]`. Mais comme A est une liste (ou un tuple), Python comprend que « `xA,yA = A` » veut dire « x_A prend la première valeur, y_A prend la seconde »

2. Ecrire une fonction `def verif_condition(M,A,B,k)` qui en paramètre trois points M,A,B (des listes à 2 éléments) et un entier k et qui retourne `True` si la condition $MA^2 + MB^2 \leq k$ est satisfaite et `False` sinon. Votre fonction s'aidera de la fonction `distance` de la question 1.

Commentaire important : La condition se vérifie comme ceci avec un `if` :

```
if distance(M,A)**2 + distance(M,B)**2 <= k (**)
```

Toutefois, du fait qu'un ordi compte en utilisant la base 2, il arrive que le point M vérifie dans la réalité $MA^2 + MB^2 = k$ mais qu'avec Python, on ait $MA^2 + MB^2 > k$ (à cause de l'approximation).

Par exemple, si on prend $k = 10$, $A(1;3)$, $B(3;5)$ et $M(0;4)$, alors dans la réalité, on a :

$$MA^2 + MB^2 = 12$$

donc M appartient bien à l'ensemble recherché mais pourtant avec Python, on trouve :

```
>>> distance(M,A)**2 + distance(M,B)**2
12.000000000000002
```

Donc Python considèrera que la condition `(**)` n'est pas satisfaite.

Il vaut donc mieux mettre une condition du style :

```
if distance(M,A)**2 + distance(M,B)**2 <= k+0.0001
```

¹ C'est mieux avec des tuples mais au lycée, c'est plutôt des listes.

3. Ecrire une fonction `affiche()` permettant d'afficher l'ensemble de ces points dans l'intervalle $[0; 10]$. On utilisera `numpy` pour subdiviser l'intervalle $[0; 10]$.
4. Quel est l'ensemble des points M vérifiant $MA^2 + MB^2 \leq 10$ selon vous ?

Approfondissement possible : On peut faire une dernière partie où l'on obtient le résultat avec un calcul en utilisant le théorème de la médiane : $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$ où I est le milieu de $[AB]$.